



LÓGICA MATEMÁTICA



**LICDA. IRIS C. RODAS DE LÓPEZ
PROFESOR OTTO LÓPEZ BARRIOS**

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN A LAS PROBABILIDADES

Concepto y significado estadístico de la probabilidad.	2
Espacio muestral	3
Espacios de muestreo univariados y bivariados	4
Distribución de probabilidad	4
Combinación de eventos	4
Probabilidad de eventos igualmente probables	6
Probabilidades de eventos mutuamente exclusivos	7
Probabilidad de eventos no mutuamente exclusivos o eventos que tienen resultados en común	8
Probabilidad de eventos independientes	8
Probabilidad de eventos dependientes	9
Probabilidad y frecuencia relativa	10

**Síguenos en:
Zantmaró Ediciones**



INTRODUCCIÓN A LAS PROBABILIDADES

Durante miles de años el hombre ha predicho el resultado de acontecimientos futuros. Se predice cada vez que se juega a las cartas, a los dados o a la ruleta. Como el estudio formal, las predicciones son la base de muchas decisiones financieras y de la interpretación de los experimentos científicos.

Los seguros de vida y contra incendios, así como las primas de jubilación, se basan también en predicciones y se programan de tal manera que la compañía pueda pagar la suma fijada a cualquier cliente sin descuidar a los demás, obteniendo los fondos de los pagos del dinero del resto de los clientes.

En este capítulo estudiaremos la forma de determinar la probabilidad de que suceda un hecho determinado.

CONCEPTO Y SIGNIFICADO ESTADÍSTICO DE LA PROBABILIDAD

Cuando no es posible, partiendo de un estado inicial, determinar el estado final de un fenómeno, consideraremos a dicho fenómeno como aleatorio. La imposibilidad de determinar el estado final a partir de un estado inicial se debe a la actuación de un gran número de factores interdependientes, que hacen imposible la predicción de un caso en particular.

Al lanzar un dado por **ejemplo**, intervienen los factores siguientes: posición final del dado dentro de un cubilete, fuerza con que se lanza sobre

la mesa, esquina que topa primero, elasticidad de la mesa en que rebota, efectos de rotación, etc. Por esa razón la caída de una u otra cara del dado se considera aleatoria. Sin embargo, es probable prever los resultados que se obtendrán al repetirse los experimentos u observaciones un gran número de veces (en el tiempo o en el espacio). Por **ejemplo** si el dado está en buenas condiciones, puede predecirse que en un número de lanzamientos cada una de las seis caras caerá aproximadamente un sexto de las veces.

Enrique Cansado¹ dice: “el cálculo de probabilidades es la teoría matemática que sirve de modelo para la descripción y análisis de los fenómenos estadísticos o aleatorios”.

John Neter² dice: “interpretamos la probabilidad como la frecuencia relativa a largo plazo bajo un sistema de causa constante”, la que se considera como la definición clásica de la probabilidad, determinada por:

$$P(A) = m / n$$

= número de casos favorables / número de casos posibles

Ejemplo:

La probabilidad de sacar una reina del paquete de 52 naipes será:

$$P(A) = 4 / 52 = 1 / 13 = 0.0769$$

Esta definición presenta dificultades de aplicación fuera del juego de azar, que fue en donde se originó el cálculo de probabilidades.

1 **Curso de Estadística General**, Pág. 397. Biblioteca Interamericana de Estadística Teórica y Aplicada.

2 **Fundamentos de Estadística**, por John Neter, Pág. 338. Compañía Editorial Continental, S.A.

La **probabilidad** también ha sido definida como el límite matemático de la frecuencia del suceso cuando el número de experimentos tiende al infinito o es un número comprendido entre cero y el uno. Un valor de uno equivale a certeza absoluta y el cero indica que no hay posibilidad de que ocurra el suceso.



ACTIVIDAD

Resuelve:

- Demuestra que al lanzar un dado 240 veces, un número mayor que 4 va a salir 80 veces.
- Se saca una carta de una baraja de 52 naipes. Halla la probabilidad de los resultados siguientes:
 - Que la carta sea un as.
 - Que la carta sea el as de corazones.
 - Que la carta sea una figura.
 - Una carta roja.
 - Un número mayor que 4.
- Se selecciona al azar una letra de la palabra AMISTAD. Halla la probabilidad de que la letra elegida sea:

a. Una S	b. Una A
----------	----------
- Una bolsa contiene 8 cincos rojos y 4 cincos verdes. Halla la probabilidad de que al extraer un cinco sea éste:

a. rojo	b. verde
---------	----------

ESPACIO MUESTRAL

El conjunto de los diferentes resultados posibles de interés en un experimento aleatorio constituye el **espacio muestral** del mismo. Así, una acción o experimento tendrá como resultado uno de los 2 o más resultados posibles que el experimento puede tener.

Ejemplo:

- La acción o experimento de lanzar una moneda al aire. Al observarla como cae, podemos ver que solamente podrá tener 2 resultados posibles al caer: cara o escudo.

El espacio muestral que corresponde al experimento de lanzar una moneda y observar que cae es:

$$S = \{c, e\}$$

En donde “S” representa el espacio muestral, “c” el resultado caer cara y “e” el resultado caer escudo.

- Al lanzar un dado y observar la cara que cae, observamos uno de los seis resultados posibles:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Un **evento** es un subconjunto del espacio muestral. Un evento del **ejemplo** anterior es el conjunto de números pares:

$$E = \{2, 4, 6\}$$

Un **evento simple** es un subconjunto del espacio muestral que contiene un solo elemento. Este estaría representado por la aparición de un 3, o sea $E = \{3\}$.

Para el espacio muestral existen seis posibles eventos simples: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$ y $\{6\}$, para un solo lanzamiento.



ACTIVIDAD

Resuelve:

- Observen el número de intentos en que se obtiene un 6 por primera vez al lanzar un dado.
- ¿Cuál es el espacio muestral del lanzamiento de dos dados?
- En una encuesta de mercadeo, se pide a una ama de casa que seleccione una de tres presentaciones (x, y, z), la que le parezca más atractiva. ¿Cuál es el espacio muestral?
- Una bolsa contiene cincos azules, negros, verdes y blancos. Si sacamos uno y observamos su color. ¿Cuál es el espacio muestral?
- La directiva de un colegio de ingenieros tiene cinco miembros A, B, C, D y E. Se requiere seleccionar un presidente y una secretaria.

Asumiendo que un miembro no puede ocupar ambas posiciones, escribe el espacio muestral asociado con este experimento.

ESPACIOS DE MUESTREO UNIVARIADOS Y BIVARIADOS

Los espacios de muestreo en los que los resultados básicos son con respecto a una sola característica, se llaman espacios de muestreo univariados, pero si el resultado se refiere a dos características, el espacio de muestreo es bivariado y se llama multivariado, si el número de características es mayor.

El **ejemplo** del univariado lo encontramos en los ejemplos del espacio muestral. Para el bivariado podemos considerar el número de piezas de repuesto del tipo Q - 1 requeridas para cada una de dos máquinas en el siguiente período de producción. Suponiendo que el número de piezas de repuesto requerido por una máquina no es mayor que dos. El espacio de muestreo de este experimento aleatorio contiene 9 resultados básicos, en donde X es el número de repuestos requeridos por la máquina No. 1 y Y el número requerido por la máquina No. 2.

Un resultado básico del experimento es que la máquina No. 1 requiera dos repuestos ($X = 2$) y la máquina No. 2, requiera cero repuestos ($Y = 0$).

Gráficamente sería

		Y		
		1	2	3
X	0			
	1			
	2	●		

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

La asignación de probabilidades a cada uno de los resultados básicos del espacio de muestreo se le llama **distribución de probabilidad**. Es la distribución de las probabilidades asociadas con cada uno de los valores de una variable aleatoria. Las distribuciones de probabilidades son univariadas, bivariadas, o multivariadas, según sea el espacio de muestreo. Se usa para representar poblaciones.

La suma de las probabilidades en cualquier distribución de probabilidad es igual a 1.

Ejemplo:

Considerando el ejemplo de las piezas de repuesto, vamos a suponer que la distribución de probabilidad bivariada para el experimento es el siguiente:

Según la tabla a continuación, observamos que la probabilidad de que $X = 1$ y $Y = 0$ es de 0.18. Este enunciado de probabilidad se escribe como $P(X = 1 \text{ y } Y = 0) = 0.18$. Los enunciados de probabilidades que involucran la especificación de dos o más características, se llaman **probabilidades conjuntas**.

		Y		
		0	1	2
X	0	0.30	0.14	0.06
	1	0.18	0.10	0.02
	2	0.12	0.06	0.02



ACTIVIDAD

De la distribución de probabilidad de la tabla anterior, especifica las probabilidades conjuntas siguientes:

1. $P(X = 0 \text{ y } Y = 1) =$ _____
2. $P(X = 2 \text{ y } Y = 2) =$ _____
3. $P(X = 2 \text{ y } Y = 0) =$ _____
4. $P(X = 1 \text{ y } Y = 1) =$ _____
5. $P(X = 1 \text{ y } Y = 2) =$ _____

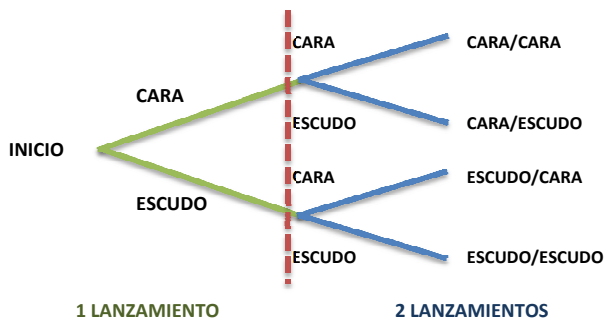
COMBINACIÓN DE EVENTOS

Ejemplos:

1. Si lanzamos una moneda 2 veces. La lista de los eventos posibles se incrementa, ya que debemos considerar los sucesos de ambos lanzamientos al mismo tiempo. De donde:

$$S = \{cc, ce, ec, ee\}$$

Este espacio muestral lo podemos representar también por medio de un **diagrama arborescente**, así:



Si agregamos un tercer lanzamiento al experimento, entonces el espacio muestral es:

$$S = \{ccc, cce, cec, cee, ecc, ece, eec, eee\}$$

Construye el diagrama arborescente para este experimento.

2. Si lanzamos 2 dados se pueden dar los eventos siguientes:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)
 (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)
 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)
 (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)
 (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

Observamos que hay 36 eventos, con los que podemos formar conjuntos de parejas ordenadas en un conjunto, porque ambos dados caen con cualquiera de sus seis caras hacia arriba.

3. Si tenemos los eventos A y C.

A “caer caras iguales”

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

C “caer suma menor o igual que 4”

$$C = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$$

Podemos formar el evento $A \cup C$, constituido por los eventos que pertenecen a A o a C. El evento $A \cup C$ lo llamaremos **evento unión de A y C**. Cuando decimos que ocurre $A \cup C$, se quiere decir que ocurre A, que ocurre B o que ocurren ambos, así tenemos que $A \cup C$ es:

$$A \cup C = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1)\}$$

Si realizamos el experimento al tirar los dados vemos que si ocurre el resultado (1, 1), se da $A \cup C$ y ocurre en A y C; si ocurre el resultado (3,3), se da $A \cup C$ y ocurre A y si ocurre el resultado (1, 2), se da $A \cup C$ y ocurre C.

Cuando ocurre A C, quiere decir que ocurren ambos A y C, de donde obtenemos el evento intersección de A y C.

$$\text{Así } A \cap C = \{(1, 1), (2, 2)\}$$

Dado un evento cualquiera, existen los eventos complementarios de este evento. Así para los eventos A y C, el evento complementario de A; A está formado por todos los resultados que no muestran caras iguales y el complementario de C; C está constituido por los resultados cuya suma es mayor que 4.

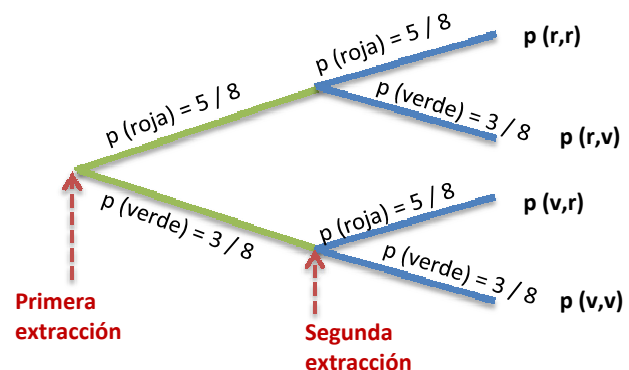
4. Una bolsa contiene 5 cincos rojos y 3 verdes. Se extrae uno sin mirar y se devuelve a la bolsa. Se remueve y de nuevo, se extrae al azar otro cinco.

¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean verdes?

La rama indicada como $p(v, v)$ es la que representa que se haya extraído un cinco verde dos veces.

La probabilidad de este suceso se obtiene multiplicando las fracciones del camino que sigue esa rama. Luego:

$$p(2 \text{ cincos verdes}) = 3/8 * 3/8 = 9/64$$

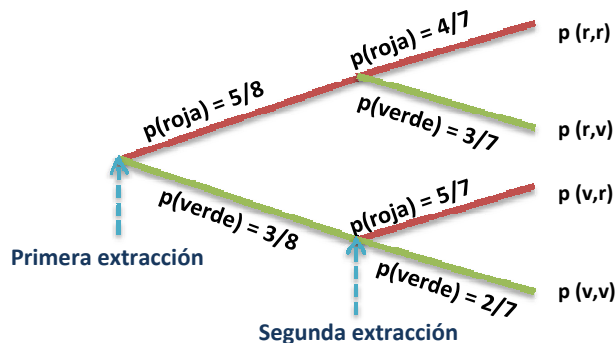




ACTIVIDAD

Resuelve:

- Con los datos del ejemplo 2:
 - Escribe los eventos siguientes:
 - E “caer suma mayor o igual que 5”
 - F “caer suma mayor que 4”
 - G “caer suma mayor que 6”
 - Haz los eventos siguientes:
 - $E \cup F =$
 - $E \cap G =$
 - $E \cup G =$
 - $E \cap F =$
- Si lanzamos una moneda 3 veces,
 - Haz un diagrama de árbol que represente todos los resultados posibles.
 - ¿Cuál es la probabilidad que represente el evento “ocurrió exactamente un evento”?
- Si lanzamos una moneda 4 veces. ¿Cuál es la lista de los eventos posibles?
- Una bolsa contiene 5 cincos rojos y 3 verdes. Se extrae uno al azar pero esta vez no se repone en la bolsa. Se remueve y de nuevo, se extrae otro cinco. Halla la probabilidad de que:
 - Los dos cincos sean verdes.
 - Un cinco sea rojo y otro verde.



- Demuestra que si una urna tiene 8 cincos rojos, 5 amarillos y 7 verdes, si extraemos un cinco, la probabilidad de que sea roja es: 0.4, de que sea amarilla: 0.25 y de que sea verde: 0.35.

PROBABILIDAD DE EVENTOS IGUALMENTE PROBABLES

Cuando realizamos un experimento creemos que un determinado evento puede ocurrir. Llamaremos **PROBABILIDAD** al número asignado a un evento que nos va a medir la creencia de que ese evento pueda ocurrir.

Si tenemos la seguridad de que un evento va a ocurrir entonces la probabilidad del evento será uno, si sabemos que el evento no va a ocurrir, su probabilidad será cero. En otros casos, la probabilidad podrá ser un número entre cero y uno.

Simbólicamente: $0 \leq P \leq 1$

Utilizando la fórmula: $P = 1 / N$

Así, con el ejemplo de la moneda tanto el resultado cara o escudo tienen las mismas posibilidades de ocurrir; por lo cual son dos eventos igualmente probables y por lo tanto:

$$P(\{c\}) = 1/2 \quad \text{y} \quad P(\{e\}) = 1/2$$

Al lanzar un dado todas las caras tienen las mismas posibilidades de ocurrir, por lo tanto la $P = 1/6$.

En los números mayores o iguales a 0 cuya suma es 1, los resultados no son igualmente probables, por lo que los números que le asignamos a los eventos son mayores o iguales a cero y al sumarlos nos darán la unidad.

Ejemplo:

Una bolsa de cincos contiene 3 azules, 4 verdes, 2 rojos y 5 negros. Si sacamos un cinco de la bolsa y observamos su color, vemos que el espacio muestral asociado es: $S = \{a, v, r, n\}$

Y las probabilidades asignadas:

$$P(\{a\}) = 3/14, P(\{v\}) = 4/14 = 2/7, \\ P(\{r\}) = 2/14 = 1/7 \text{ y } P(\{n\}) = 5/14$$

De donde: $\frac{3}{4} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{5}{14} = 1$

Dado un espacio muestral finito S , que contiene elementos equiprobables y un evento E , tal que $E \subset S$, entonces la probabilidad del evento, $P(E)$, es la razón $n(E)$ a $n(S)$.

$$P(E) = n(E) / n(S)$$

Ejemplo:

El evento "la suma de las dos caras es 5". El subconjunto que contiene todos los resultados posibles es:

$$E = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$$

La probabilidad de obtener un número 5 al tirar los dados es la razón por cociente al número de maneras en que se puede obtener un cinco entre el número de formas en que pueden caer los dados.

$$P(E) = 4 / 36 = 1 / 9$$

**El resultado lo podemos interpretar así:
La suma de las caras será 5 una de 9 veces.**



ACTIVIDAD

Resuelve:

- Una bolsa de cinco contiene 6 blancos, 5 amarillos, 3 rojos y 8 negros. ¿Qué probabilidad se le puede asignar a cada color?
- Encuentra la probabilidad de obtener por lo menos un 8 en una sola tirada de un par de dados.
- Encuentra la probabilidad de obtener por lo menos un 9, en una sola tirada de un par de dados.

PROBABILIDADES DE EVENTOS MÚTUAMENTE EXCLUSIVOS

Se dice que dos eventos E y F son mutuamente exclusivos o incompatibles cuando no pueden ocurrir simultáneamente, es decir E y F son conjuntos ajenos, $E \cap F = \emptyset$.

Ejemplos:

- En el conjunto de tiradas tal que se obtiene un 10 y el conjunto de tiradas tal que se obtiene un 9 no tienen elementos en común, por lo que son conjuntos mutuamente exclusivos.

Si E y F son eventos mutuamente exclusivos, $P(E \cup F) = P(E) + P(F)$.

- Si sabemos que las probabilidades de obtener un 10, un 11 o un 12, son eventos mutuamente exclusivos, podemos decir que:

$$P(10 \cup 11 \cup 12) = P(10) + P(11) + P(12) = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

- Encuentra la probabilidad de obtener un número menor que 6 en una jugada de dos dados.

Solución:

La probabilidad de obtener un número menor que 6, es la probabilidad de obtener un 2, 3, 4 ó 5. Como ninguno de estos resultados pueden presentarse simultáneamente con otro son eventos mutuamente exclusivos y tendremos:

$$P(2 \cup 3 \cup 4 \cup 5) = P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$



ACTIVIDAD

Resuelve:

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor de 10 en una jugada de dos dados?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 11, en una jugada de dos dados?
- Demuestra que al extraer una cantidad al azar de una baraja de 52 cartas, la probabilidad de que sea un rey o una reina, es de $\frac{2}{13}$.
- De una baraja de 52 cartas se forma una mano con el rey, la reina, la sota y el 10 de diamantes. Demuestra que la probabilidad de que al extraer la carta siguiente, para que sea el as o el 9 de diamantes, es de $\frac{1}{24}$.

PROBABILIDAD DE EVENTOS NO MÚTUAMENTE EXCLUSIVOS O EVENTOS QUE TIENEN RESULTADOS EN COMÚN

Ejemplo:

En una baraja de 52 cartas. Hay trece cartas de cada palo y cada uno de estos contiene tres figuras, la probabilidad de obtener espadas es $P(S) = 13/52$ y la probabilidad de obtener una figura es $P(F) = 12/52$. Si se quiere encontrar la probabilidad de obtener una figura o espadas, será necesario encontrar $P(S \cup F)$.

El rey, la reina y la sota de espadas cuentan como espadas y figuras. Hay 52 eventos (las cartas de la baraja) en el espacio muestral, pero solo 22 elementos en el espacio de eventos al obtener cualquiera de las 13 espadas o cualquiera de las 9 figuras restantes correspondientes a los otros palos. Si a la probabilidad de obtener espadas se suma la de obtener figuras, las espadas se contarían 2 veces. Entonces será necesario restar una vez la probabilidad de obtener las figuras de espadas, por lo que tenemos:

$$P(S \cup F) = P(S) + P(F) - P(S \cap F)$$

$$P(S \cup F) = 13/52 + 12/52 - 3/52 = 22/52 = 11/26$$

En general podemos decir que si dos eventos E y F de un espacio muestral no son mutuamente exclusivos, tenemos:

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$$

Para tres eventos no mutuamente exclusivos E, F y G, de un espacio muestral, tendremos:

$$P(E \cup F \cup G) =$$

$$P(E) + P(F) + P(G) - P(E \cap F) - P(E \cap G) -$$

$$P(F \cap G) + P(E \cap F \cap G)$$

Ejemplo:

Un joyero produce 50000 aretes, de estos 720 no están bien moldeados; 397 presentan ralladuras; 534 no tienen agarrador; 180 están rayados y tienen defectos de moldura y 70 además de estar rayados, carecen de agarrador. ¿Cuál es la probabilidad de extraer un arete defectuoso de la caja en que están depositados todos?

Solución:

Si M representa los aretes con defecto de moldeado, R los que tienen ralladura y A los que carecen de agarrador, entonces:

$$P(M) = 720/50000; \quad P(R) = 397/50000;$$

$$P(A) = 534/50000$$

$$P(M \cap R) = 180/50000 \text{ y } P(R \cap A) = 70/50000$$

$$\text{Como: } P(M \cap A) = P(M \cap R \cap A) = 0$$

Por lo que:

$$P(M \cup R \cup A) = 720/50000 + 397/50000 + 534/50000 - 180/50000 - 70/50000$$

$$P(M \cup R \cup A) = 1401/50000$$



ACTIVIDAD

Resuelve:

1. La lotería en un país paga \$40 si los últimos 3 dígitos del boleto coinciden con el número premiado, \$400 si coinciden los últimos 4 y \$4000 si coinciden los últimos 5 dígitos. La numeración de los boletos empieza en el millón y se venden todos los boletos hasta el número 2,499,999. ¿Cuál es la probabilidad de ganar \$40, \$400 y \$4000?
2. Si se lanza una moneda, se selecciona una carta de una baraja y se nombra un color primario. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda caiga cara, la carta sea un corazón y el color mencionado sea un rojo?

PROBABILIDAD DE EVENTOS INDEPENDIENTES

Se dice que dos eventos son independientes si la ocurrencia del primero no afecta la ocurrencia del segundo.

Ejemplos:

1. Si se lanza una moneda y un dado, la posición de la moneda no afectará la posición del dado porque la moneda puede caer de dos formas y el dado de 6, por lo que existen $2 \times 6 = 12$ resultados posibles.
2. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una cara y un número impar?

Solución

Cara – 1, cara –3 y cara –5 son los eventos posibles. Luego la probabilidad de obtener una cara y un número impar es $P(M \text{ y } D) = 3/12$.

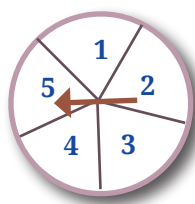
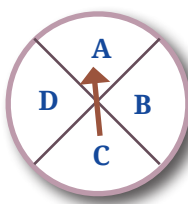
Esto es porque $P(M) = 1/2$ y $P(D) = 3/6$, entonces $1/2 \times 3/6 = 3/12$.

De donde podemos decir que:

$P(M \cap D) = P(M) P(D)$ y que M y D son eventos independientes.

**ACTIVIDAD****Resuelve:**

1. Se lanza una moneda dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de que en ambos lanzamientos caiga la moneda de cara?
2. Si se lanza una moneda y un dado, sea M el evento “la moneda cae cara hacia arriba” y el evento “se obtiene un 6”. Es $P(M \cap D) = P(M) P(D)$?
3. Se hacen girar dos ruletas como las de las figuras. Demuestra que la probabilidad de que salga una B en la primera y un 3 en la segunda es de $1/20$.



4. En un experimento, se extrae una carta de una baraja de 52 y se lanza un dado. Demuestra que la probabilidad de obtener:
 - a. Un as de la baraja y un 6 en el dado.
 - b. El rey de corazones y un número impar en el dado, es de $1/78$ y $1/104$.

PROBABILIDAD DE EVENTOS DEPENDIENTES

En este caso la probabilidad del segundo evento depende del evento anterior.

Ejemplos:

1. Si se tienen siete calcetas azules y siete blancas en una caja. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos calcetas azules en dos intentos consecutivos?

Nota: las calcetas no se regresarán al estar fuera de la caja.

Solución:

Si A es el evento “calceta azul en el primer intento” y B el evento “calceta azul en el segundo intento”, tenemos: $P(A) = 7/14 = 0.50$

Si se saca una calceta azul en el primer intento, solo quedarían en la caja 14 calcetas, de las cuales 6 serán azules. Por lo que $P(B) = 6/13 = 0.46$.

Así la probabilidad de obtener un par de calcetas azules en dos intentos es:

$$P = 7/14 \times 6/13 = 42/182 = 21/91 = 3/13.$$

El mismo resultado lo podemos obtener con el procedimiento siguiente:

Dos calcetas azules pueden seleccionarse de

$$\binom{7}{2} = 21 \text{ maneras y es posible elegir dos calcetas de } \binom{14}{2} = 91 \text{ maneras.}$$

*Como la probabilidad de éxito es el número de eventos esperados entre el número de eventos totales, la probabilidad de obtener dos calcetas azules es de: $P = 21/91 = 3/13$

2. Si se seleccionan dos cartas de una baraja. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean tréboles?

Solución:

De un conjunto de 13 tréboles se pueden seleccionar 2 de $\binom{13}{2} = 78$ maneras y es posible elegir dos cartas de un conjunto de 52 de $\binom{52}{2} = 1326$ maneras. *

La probabilidad de que ambas sean tréboles es de: $P = 78 / 1326 = 1 / 17$

Nota: resuelve este problema con el otro procedimiento.

**Ver combinaciones.*



ACTIVIDAD

Resuelve:

- Una caja contiene 3 cincos rojos y 2 azules. Si se extraen 2 cincos. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean rojos?
- Lilian tiene un monedero con seis monedas de veinticinco y dos de diez centavos. ¿Cuál es la posibilidad de que al sacar dos monedas sean de veinticinco centavos?
- Una bolsa contiene 5 pelotas amarillas y 7 rojas. Si se extraen tres pelotas. ¿Cuál es la posibilidad de que las tres sean amarillas?
- De una baraja de 52 cartas se extraen 2, encuentra la probabilidad de que:
 - Las dos cartas sean corazones.
 - Las dos cartas sean ases.

PROBABILIDAD Y FRECUENCIA RELATIVA

Si P es un evento de un espacio muestral S asociado a un experimento que puede repetirse N veces, en las mismas condiciones, tenemos que el evento P puede o no ocurrir en cada repetición, el número de veces que ocurre el evento P en las N repeticiones se llama frecuencia. Al número que resulta de dividir las f veces que ocurre el evento P , en la N repeticiones del experimento que estamos haciendo, entre el número N de repeticiones se llama **frecuencia relativa**.

$$P(A) = f / n$$

Ejemplo:

En el evento $P = \{1, 2\}$, “caer número menor que 3”, del espacio muestral $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, que está asociado al experimento de tirar un dado, puede o no ocurrir cada vez que el dado se tire.

En la tabla se muestran las frecuencias con que ocurrieron tanto P , como $\bar{P}$ al repetir el experimento 80 veces.

EVENTO	F	FRECUENCIA RELATIVA
P	22	$22 / 80 = 11 / 40 = 0.275$
$\bar{P}$	58	$58 / 80 = 29 / 40 = 0.725$

Con las frecuencias relativas que obtuvimos en el ejemplo, podemos concluir que alrededor del 27.5% de las veces que el dado se tire ocurrirá el evento P .

Concluyendo, podemos decir que la probabilidad de un evento P cualquiera la podemos calcular con la fórmula:

$$P = f / n$$



ACTIVIDAD

A. Resuelve:

- Con el espacio muestral $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y el evento $A = \{5, 6\}$, “caer número mayor que 4”. ¿Calcula qué porcentaje de las veces que el dado se tire ocurrirá el evento A ?
- Si un experimento tiene 12 posibles resultados igualmente probables. ¿Qué probabilidad tiene cada uno de ellos?

3. La probabilidad de que ocurra un evento es 0.73. ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra?

B. Utiliza la forma factorial para encontrar:

- | | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| a. | $P(5, 2)$ | b. | $P(9, 5)$ |
| c. | $P(8, 6)$ | d. | $P(9, 6)$ |
| e. | $P(4, 4)$ | f. | $P(4, 1)$ |
| g. | $P(6, 3)$ | h. | $P(7, 2)$ |
| i. | $P(8, 4)$ | j. | $P(9, 8)$ |

C. ¿De cuántas formas se pueden sentar nueve personas en una fila?

4. Si se tira un dado 30 veces. ¿Cuál será la frecuencia relativa de sus caras?

D. ¿De cuántas maneras se pueden acomodar diez libros en una librería?

5. Laura va a resolver un examen corto de 2 preguntas, las que son de opción múltiple y tienen 4 respuestas posibles. Como no estudió para el examen, escribe los números 1, 2, 3 y 4 en tiras de papel y selecciona una de estas para responder cada pregunta. ¿Cuántas posibles respuestas podrían aparecer?

E. ¿De cuántos modos se pueden seleccionar 7 libros de un conjunto de 12 libros?

F. Un test consta de 6 preguntas de opción múltiple y hay cuatro opciones por pregunta. ¿De cuántas maneras se puede contestar el test?