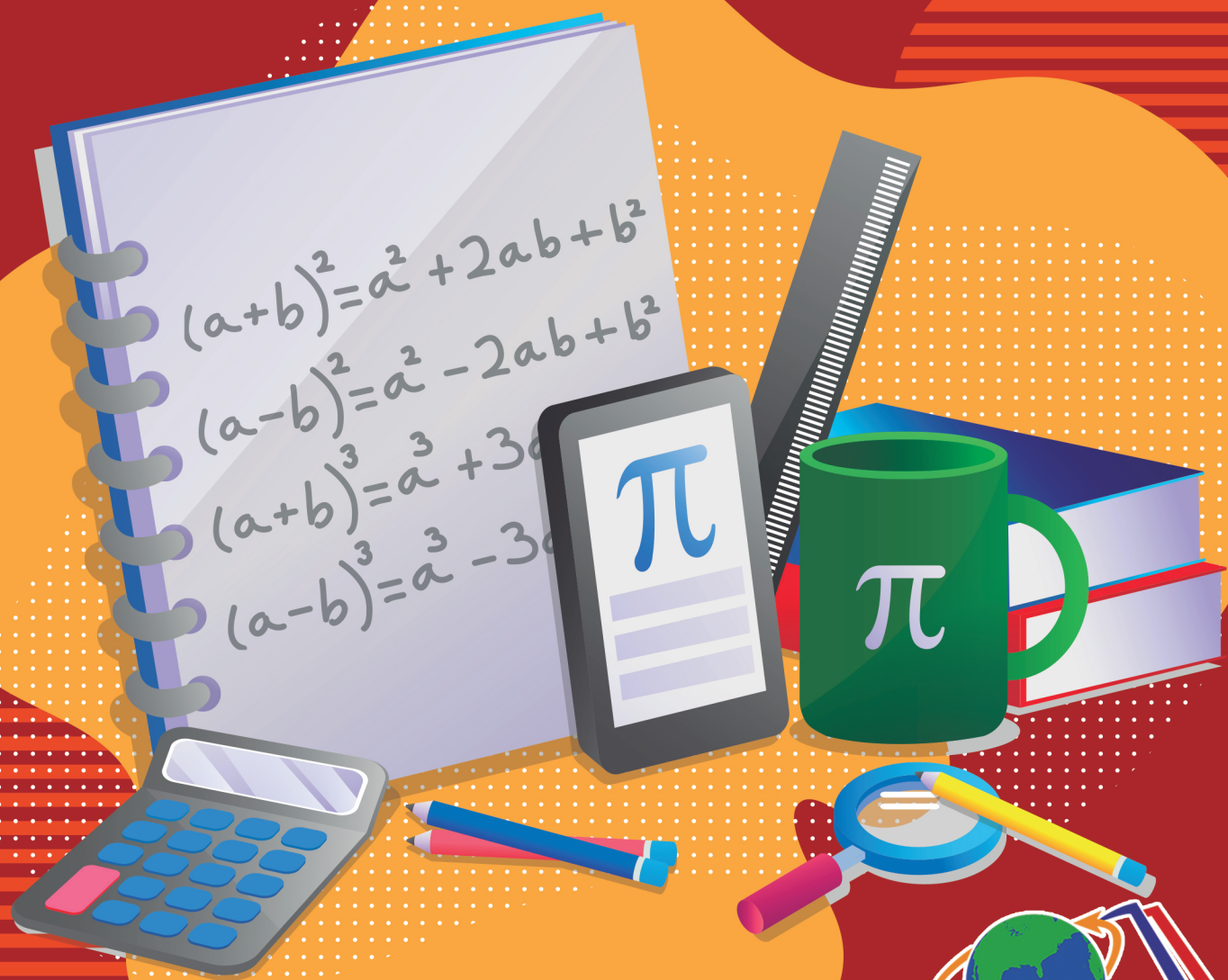


Actividades Online

Matemáticas 3

Lcda. Iris C. Rodas Santizo



Este libro desarrolla y enriquece el contenido
del Nuevo Currículo Nacional Base CNB.


Zantmaro
Ediciones

CONTENIDO

• Productos notables	3
• Cuadrado de un binomio	3
• Cubo de un binomio	3
• Diferencia de cuadrados	3
• Productos de la forma $(x + a)(x + b)$	4
• Triángulo de Pascal	4
• Factorización	4
• Medidas relacionadas con la lógica	5
• Relaciones de la lógica	6
• Ecuaciones cuadráticas	7
• Sistemas de ecuaciones cuadráticas	7
• Números reales y complejos	8



OPERACIONES CON POLINOMIOS



PRODUCTOS NOTABLES

En álgebra algunos productos ocurren con frecuencia, por lo que se les debe dar un tratamiento especial, con el propósito de que el estudiante aprenda a escribirlos rápidamente, sin hacer la multiplicación o división.

CUADRADO DE UN BINOMIO

$$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) = x^2 + xa + ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

Luego el cuadrado de la suma de dos números reales es igual a la suma de los cuadrados de cada término, más el doble del producto del primero por el segundo.

$$(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

Observamos que el cuadrado de la diferencia de dos números reales es igual a la suma de los cuadrados de cada término, menos el doble del producto del primero por el segundo.



ACTIVIDAD

Resuelve los productos siguientes:

- | | | |
|-------------------|-------------------|------------------|
| 1. $(a + b)^2$ | 2. $(x + 2y)^2$ | 3. $(x - 3y)^2$ |
| 4. $(x + 3y)^2$ | 5. $(2x - y)^2$ | 6. $(2a + 2b)^2$ |
| 7. $(2a^3 + 4)^2$ | 8. $(2x^2 - y)^2$ | 9. $(3a - b)^2$ |
| 10. $(2x + y)^2$ | 11. $(x - y)^2$ | 12. $(x - 2y)^2$ |

CUBO DE UN BINOMIO

$$\begin{aligned}(x + y)^3 &= (x + y)^2 (x + y) \\ &= (x^2 + 2xy + y^2)(x + y) \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - y)^3 &= (x - y)^2 (x - y) \\ &= (x^2 - 2xy + y^2)(x - y) \\ &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3\end{aligned}$$



ACTIVIDAD

Resuelve los productos siguientes:

- | | | |
|--------------------------------|------------------|-------------------------|
| 1. $(2x + 2)^3$ | 2. $(2a + 2b)^3$ | 3. $(3x + y)^3$ |
| 4. $(2a^2 - b^2)^3$ | 5. $(a^2 - 3)^3$ | 6. $(x^2 + xy - y^2)^3$ |
| 7. $[(a - b)^3 - (a + b)^3]^2$ | 8. $(2x - 1)^3$ | 9. $(x/3 - 1/3)^3$ |
| 10. $(x^2 - 4y)^3$ | 11. $(a + b)^3$ | 12. $(x - 2y)^3$ |

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Luego el producto de la suma de dos números reales por la diferencia de los mismos será igual a la diferencia de sus cuadrados.

Ejemplo: $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$



ACTIVIDAD

Resuelve los productos siguientes:

- | | |
|-------------------------|---------------------------------|
| 1. $(x + 2)(x - 2)$ | 2. $(3x^2 - 10)^2(3x^2 + 10)^2$ |
| 3. $(2x + y)(2x - y)$ | 4. $(a^2 + b^2)^2(a^2 - b^2)^2$ |
| 5. $(x + 1)(x - 1)$ | 6. $(x + 5)(x - 5)$ |
| 7. $(x - 1/2)(x + 1/2)$ | 8. $(x^2 - 2)(x^2 + 2)$ |

PRODUCTOS DE LA FORMA $(X + A)(X + B)$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + xb + ax + ab = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\text{Ejemplo: } (x + 2)(x + 6) = x^2 + (2 + 6)x + (2)(6) = x^2 + 8x + 12$$



ACTIVIDAD

Resuelve los productos siguientes:

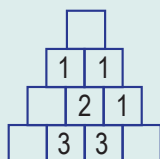
- | | |
|-----------------------|------------------------|
| 1. $(x + 3)(x + 5)$ | 2. $(x - 2)(x + 5)$ |
| 3. $(x - 2)(x - 10)$ | 4. $(x + 4)(x + 6)$ |
| 5. $(x - 2y)(x - 5y)$ | 6. $(x - 1)(x + 2)$ |
| 7. $(x + 3)(x - 11)$ | 8. $(x - 9)(x + 3)$ |
| 9. $(x - 12)(x + 8)$ | 10. $(x - 2/3)(x + 5)$ |

TRIÁNGULO DE PASCAL



ACTIVIDAD

1. Haz el triángulo siguiente:



2. Busca ejercicios resueltos del triángulo de Pascal en Youtube.
3. Investiga en Youtube ¿cómo se relacionan los productos notables en el triángulo de Pascal.

FRACCIONES ALGEBRAICAS Y FACTORIZACIÓN



FACTORIZACIÓN



ACTIVIDAD

1. a. Factoriza los polinomios siguientes:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1. $ab + 2a + 3b + 6$ | 2. $15ax^2 - 10ax$ |
| 3. $5x - 5 + ax - a$ | 4. $x^2 + 6x + 9$ |
| 5. $49 - 42a + 9a^2$ | 6. $9x^2 - 36$ |
| 7. $x^2 - 12x + 36$ | 8. $16x^2 - 25y^2$ |
| 9. $x^2 - 121$ | 10. $x^{16} - 4$ |

b. Indica si las igualdades siguientes son verdaderas.

1. $(1-a)(a+1) = 1-a^2$
2. $(m-8)(m+12) = m^2 + 4m - 96$
3. $(x^3+6)(x^3-8) = x^6 - 2x^3 - 48$
4. $(1+b)^3 = 1 + 3b + 3b^2 + b^3$
5. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$
6. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$
7. $(x^2-1) + (x+1) = x-1$
8. $(a^2-4b^2) \cdot (a+2b) = a-2b$
9. $(11-ab)^2 = 121 - 22ab + a^2b^2$
10. $(a^2+8)(a^2-7) = a^4 + a^2 - 56$

2. a. Si $\frac{x-3}{x-1}$ se multiplica por $x+2$ en sus numerales y denominador ¿qué obtenemos?

b. Resuelve

$$\frac{\frac{x+2}{x^2-1} + \frac{3}{x+1}}{\frac{2x-5}{x^2+2x-3}} = \quad R = \frac{4x^2+11x-3}{2x^2-3x-5}$$

c. Resuelve

$$\left(m + \frac{m}{n}\right) \div \left(n - \frac{1}{n}\right) \quad R = \frac{m}{n-1}$$

d. Simplificar las fracciones siguientes:

a. $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$ b. $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$

3. Resuelve las ecuaciones siguientes por factorización.

1. $3x^2 + 12 = 7x + 32$
2. $5a^2 + 15a = 0$
3. $x^2 + 6x + 8 = 0$
4. $x^2 - 9 = 0$
5. $4x^2 - 36 = 0$
6. $x(x-1) - 5(x-2) = 2$
7. $x^2 - x - 6 = 0$
8. $x^2 - 5x + 4 = 0$
9. $x^2 - 2x - 48 = 0$
10. $4x^2 + 8x = 0$

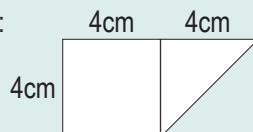
MEDIDAS RELACIONADAS CON LOS SÓLIDOS



ACTIVIDAD

Resuelve los productos siguientes:

1. El perímetro de un rectángulo mide 232 cm. El rectángulo mide 36 cm de ancho. ¿Cuánto mide el largo del rectángulo?
2. En un rectángulo su base mide el doble de la altura. Si su base mide 8 cm. ¿Cuál es su área y su perímetro?
3. Calcula el área de la figura siguiente:



4. ¿Cuál es el área de un triángulo cuya base mide 10 cm y su altura 16 cm?
5. ¿Cuál es la base de un triángulo si la altura tiene 40 cm y su área es de 200 cm²?

6. Halla el área de un rombo si sus diagonales miden 10 cm y 15 cm?
7. Halla el área de un triángulo inscrito en una circunferencia de radio 3.5 cm y los lados del triángulo son 5, 6, 7 cm.
8. Si el volumen de un cubo es de 216 cm^3 . Verifica si la arista mide 6 cm. y su área es de 36 cm^2 .
9. Un cubo y una esfera miden 2.40 m de arista y de diámetro, respectivamente. Determina, ¿cuál es la diferencia de sus superficies y su volumen?
10. Halla la arista de un cubo sabiendo que tiene un área de 400 cm^2 .

RELACIONES DE LA LÓGICA

4



ACTIVIDAD

1. Con los conjuntos:

$$A = \{1, 2, 4, 7\} \quad U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 6\} \quad C = \{2, 6, 7, 8\}$$

Haz las operaciones siguientes:

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| a. $(A \cup B) = \cap C$ | b. $A - (B \Delta C)$ |
| c. $A \Delta (B \cap C)$ | d. $(A - B) \Delta C$ |
| e. $A' \cup (B - C)$ | f. $(A' \cap B') - C$ |
| g. $(A \Delta B) - C$ | h. $(B - C) \Delta A$ |
| i. $(A \cap B) - C'$ | j. $(C - A) \Delta B'$ |

2. Con los conjuntos:

$$A = \{b, d, e, g, h\} \quad U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$$

$$B = \{a, d, e, i\} \quad C = \{a, d, g, j\}$$

Haz las operaciones siguientes:

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| a. $(A \cap B) C$ | b. $A \Delta (B - C)$ |
| c. $B' (A \cup C)$ | d. $(A \cup B) - (B \cap C)$ |
| e. $A' \Delta (B - C')$ | f. $C - (A \Delta B)$ |

3. Haz las tablas de verdad siguientes:

1. $(p \vee q)' \iff (p' \wedge q')$
2. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
3. $[p \wedge (q \vee r)] \iff [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$
4. $(p \Rightarrow q) \iff (p' \vee q)$
5. $(P \vee q) \wedge (p \Rightarrow r)$
6. $[(p \Rightarrow q) \wedge q'] \Rightarrow p'$
7. $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
8. $(p \wedge p) \iff p$
9. $[(p' \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p'$
10. $[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(q' \vee s') \Rightarrow (p' \vee r')]$

ECUACIONES CUADRÁTICAS



ACTIVIDAD

a. Resuelve las ecuaciones siguientes:

- | | |
|---|---------------------------|
| 1. $2x^2 + 3x + 5x = 0$ | 11. $-3x^2 + 6x - 3 = 0$ |
| 2. $2x^2 - 9x - 1 = 0$ | 12. $4x^2 - 4 = 0$ |
| 3. $4x^2 + 12x + 9 = 0$ | 13. $2x^2 + 2x - 4 = 0$ |
| 4. $(x - 2)^2 = 3$ | 14. $4x^2 - 12x = 0$ |
| 5. $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$ | 15. $4x^2 - 12x + 8 = 0$ |
| 6. $3x^2 - 6x - 12 = 0$ | 16. $5x^2 + 20x = 0$ |
| 7. $6x^2 - 5x + 1 = 0$ | 17. $2x^2 - 8x - 6 = 0$ |
| 8. $3(x - 1)(x + 2) = 0$ | 18. $4x^2 - 16x + 12 = 0$ |
| 9. $x^2 + (x + 2)^2 = 724$ | 19. $5x^2 - 10x - 15 = 0$ |
| 10. $3x + 40 = x^2$ | 20. $3x^2 + 6x = 0$ |

b. Resuelve los problemas siguientes:

- ¿Qué número multiplicado por 3 es 40 unidades menos que su cuadrado?
- La suma de dos números es 5 y su producto -84. Halla los números.
- Dentro de 11 años, la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.
- ¿Cuál es el número cuyo quintuplo aumentado en 6 es igual a su cuadrado?
- La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 394. Calcula los números.

SISTEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO Y SISTEMAS DE ECUACIONES

Un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas de segundo grado está formado por una ecuación de primer grado y otra de segundo grado.

Ejemplo:

a.
$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= 3 \\ 3x + y &= 5 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} 2x^2 + y^2 &= 17 \\ x - y &= 6 \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} x^2 + 3y &= 10 \\ x - 4y &= -13 \end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 10 \\ x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

Resolver los ejemplos por cualquier método

La solución de un sistema de inecuaciones es la intersección de las regiones que corresponden a la solución de cada inecuación. Un sistema de inecuaciones se dice que es lineal, si en ambos lados de cada inecuación aparece una expresión de primer grado. Si tienen dudas de como resolver un sistema busca en la web videos de como resolverlos.

NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS

7



INVESTIGACIÓN

En parejas investiguen la adición y el producto de un número complejo c con su conjugado $\bar{c}$. El valor absoluto de un número complejo y cómo se define la raíz cuadrada de un número real negativo. Den dos ejemplos de cada uno.



ACTIVIDAD

1. Representa gráficamente:

- a. $M = 1 + 3i$
- b. $N = 3 - 2i$
- c. $P = -3 - 4i$
- d. $Q = 0 - 3i$
- e. $R = -4 + 2i$

2. Suma

- a. $4i + (-2i)$
- b. $(1 - 3i) + (-3 + 3i)$
- c. $(-3 + 6i) - (5 + 2i)$
- d. $4i - (5 - 2i)$

3. Multiplica

- a. $(3 - 5i)(2 + 4i)$
- b. $(-1 - 2i)(4 + 5i)$
- c. $(5 - 2i)(5 + 3i)$
- d. $(-3 - 4i)(4 + 3i)$

4. Divide

- a. $6 + 2i / 1 - 3i$
- b. $3 + i / 3 - 3i$
- c. $10 + i / 2 - i$
- d. $1/2 - i$

5. Resta

- a. $(8 - 3i) - (5 + i)$
- b. $(9 - 3i) - (15 - 4i)$
- c. $12 - (5 - 2i)$
- d. $(5 + 7i) - (-2 - 4i)$